Развитие креативности через использование ситуаций в обучении математике

П. М. Горев, В. В. Утёмов (ВятГГУ)

О необходимости развивать творческие способности учащихся говорится достаточно много. Несмотря на то, что математику, особенно в школе, обычно считают «нетворческим» предметом, потенциал для приобщения учащихся к творчеству все же и здесь имеется немалый. Так, например, о приобщении школьников к математическому творчеству можно прочитать в книгах Д. Пойа [8], Н. П. Тучнина [11] и других. Однако на современном этапе развития общества нет необходимости каждого ученика приобщать к математическому творчеству, но от каждого требуется умение действовать в нестандартных ситуациях [5], в них применять математические знания. Таким образом, возникает необходимость формирования такого качества личности как креативность, в том числе и средствами математики. Об этом и пойдет речь в настоящей статье; в ней мы остановимся на одной составляющей математического образования – обучении решению текстовых задач.

Обычно при решении текстовых задач от ее сюжета переходят к модели задачи (алгебраической, аналитической, геометрической). После такого перехода решение задачи заключается в решении модели [4] (рис. 1).

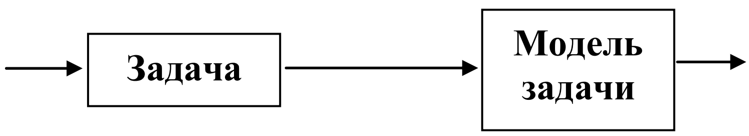


Рис. 1

Реализация этой схемы при решении школьных математических задач, как показывает практика, не дает больших возможностей для развития креативности учащихся. Очевидно и то, что кардинально преобразовывать данную схему нерационально: она эффективна для достижения дидактических целей математики, методика ее использования достаточно хорошо представлена в теории и практике школьного математического образования. Поэтому возникает необходимость ее доработки.

Заметим, что решение различного рода технологических задач, возникающих в практической деятельности человека, как раз и способствует развитию творческой составляющей личности. При этом, например, схема решения технических задач [1, 9] имеет на один шаг больше (рис. 2). Не означает ли это, что развитию креативности способствует переход от ситуации к задаче? Нельзя ли подобное применить и на уроках математики? Ответ на первый вопрос очевиден. Постараемся ответить на второй.

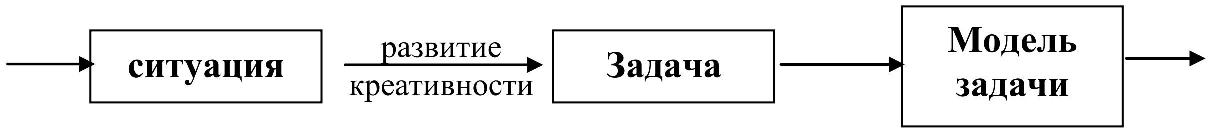


Рис. 2

Задача отличается от ситуации наличием четкой формулировки, ее условие содержит все необходимые данные в явном виде, метод решения зачастую известен и представляет собой цепочку формальных операций, правильный ответ определен однозначно. Ситуация[1], в свою очередь, имеет неопределенное условие, предполагает различные подходы к решению, допускает множество верных результатов решений, благодаря чему она ближе к проблемным ситуациям, возникающим в жизни.

Ситуация очень тесно связана с практико-ориентированными задачами. Однако, основная цель практико-ориентированных (прикладных и практических) задач на уроках математики заключается в осуществлении содержательной и методологической связи школьного курса математики с профессиональной составляющей образования, то есть способствуют развитию профессиональных умений, входящих в состав учебной и познавательной деятельности в процессе изучения математики, а не развитию кре-

[1] Под ситуацией мы будем понимать задачи «открытого» типа, внедрением в школу которых занимается ТРИЗ-педагогика (см. [2,3])

ативности учащегося. Поэтому такие задачи нельзя в полной мере считать ситуациями. Рассмотрим несколько примеров.

Задача 1. Окно имеет форму прямоугольника, завершенного сверху полукругом. Укажите такие размеры окна, чтобы при данном периметре P оно пропускало больше света [4].

Это – практико-ориентированная задача, ее решение заключается во введении функции и применении производной к ее исследованию (задача на максимум). Здесь присутствует четкая формулировка условия задачи, все необходимые данные в явном виде, метод решения представляет собой цепочку вполне стандартных операций. Поэтому это задача, а не ситуация.

Задача 2. Как можно, не переплывая реки, измерить ее ширину [6,7].

Это – ситуация. Из условия не совсем ясно, чем можно пользоваться, какая река. Она имеет разные подходы к решению, причем при каждом подходе мы приходим к формулировке новой задачи и реализации новой модели. Приведем лишь два примера.

Первый способ. Используем прибор с тремя булавками на вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника. Пусть требуется определить ширину AB реки (рис. 3), стоя на том берегу, где точка B, и не перебираясь на противоположный.

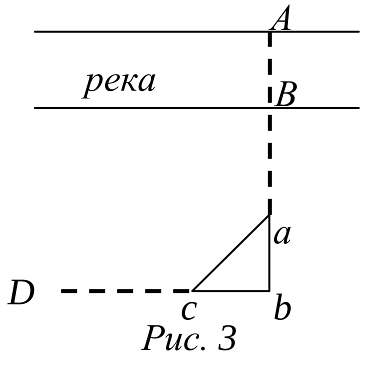


Рис. 3

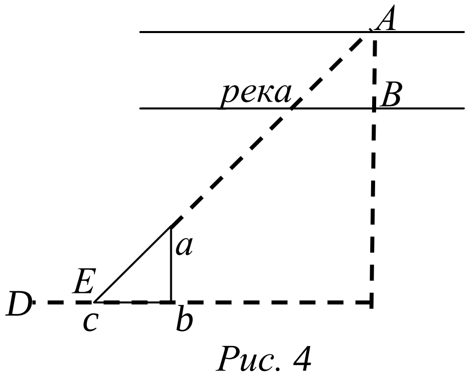


Рис. 4

Держите булавочный прибор близ глаз так, чтобы, смотря одним глазом вдоль двух булавок, вы видели, как обе они покрывают точки B и A. Понятно, что, когда это вам удастся, вы будете находиться как раз на продолжении прямой *AB.* Теперь, не двигая дощечки прибора, смотрите вдоль других двух булавок (перпендикулярно к прежнему направлению) и заметьте какую-нибудь точку *D,* покрываемую этими булавками, т.е. лежащую на прямой, перпендикулярной к *AC.* После этого воткните в точку *C* веху, покиньте это место и идите с вашим инструментом вдоль прямой *CD,* пока не найдете на ней такую точку *E* (рис. 4), откуда можно одновременно покрыть для глаза булавкой *b* шест точки *C*, а булавкой *a* – точку *A.* Это будет значить, что вы отыскали на берегу третью вершину треугольника *ACE,* в котором угол *C* – прямой, а угол *E* равен острому углу булавочного прибора, т.е. половине прямого. Очевидно, и угол *A* равен половине прямого, т.е. *AC* = *CE.* Если вы измерите расстояние *CE,* например, шагами, вы узнаете расстояние *AC,* а отняв *BC,* которое легко измерить, определите искомую ширину реки.

Второй способ. Здесь также находят точку *C* на продолжении *AB* и намечают при помощи булавочного прибора прямую *CD* под прямым углом к *CA* (рис. 5).

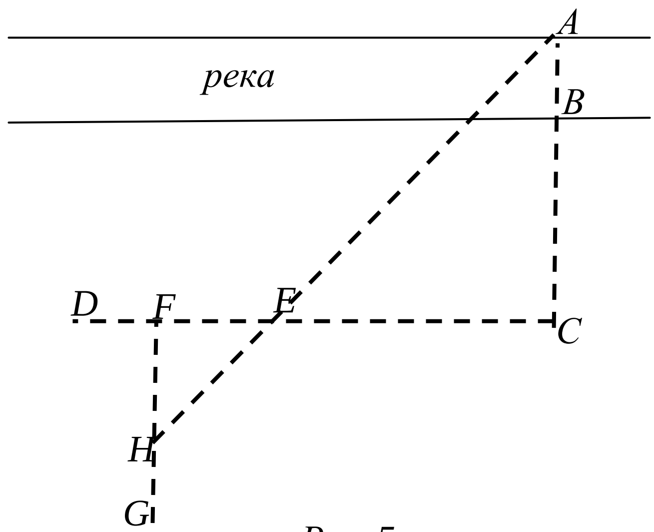


Рис. 5

На прямой *CD* отмеряют равные расстояния *CE* и *EF* произвольной длины и втыкают в точки *E* и *F* вехи. Став затем в точке *F* с булавочным прибором, намечают направление *FG,* перпендикулярное к *FC.* Теперь, идя вдоль *FG,* отыскивают на этой линии такую точку *H*, из которой веха *E* кажется покрывающей точку *A*. Это будет означать, что точки *H, E* и *A* лежат на одной прямой. Задача решена: расстояние *FH* равно расстоянию *AC,* от которого достаточно лишь отнять *BC,* чтобы узнать, искомую ширину реки.

Другие способы разрешения ситуации, использующие признаки подобия треугольников, прямоугольный треугольник с углом в 30° можно найти в книге Я. И. Перельмана [7].

При разрешении этой ситуации мы сначала переходили к задаче (модели задачи), формулировали ее на математическом языке, и только после чего ее решали. В первом способе мы ставили перед собой задачу: используя известный равнобедренный прямоугольный треугольник измерить длину отрезка *AB.* Во втором способе – использовать признаки равенства треугольников для нахождения длины отрезка *AB.*

Процесс творчества в математике можно начать с анализа задачи и перехода от нее к формулировке ситуации, которая сама по себе может рождать целый спектр прикладных задач в зависимости от направления предпринятых действий. Рассмотрим примеры.

Задача 3. Задача древних индусов (перевод В. К. Лебедева). *Над озером тихим, с полфута размером, высился лотоса цвет. Он рос одиноко. И ветер порывом отнес его в сторону. Нет боле цветка над водой, нашел же рыбак его ранней весной в двух футах от места, где рос. Итак, предложу я вопрос: как озера вода здесь глубока?*

Обозначим (рис. 6) искомую глубину *CD* озера через x, тогда $BD = x + 0{,}5$, $CB = 2$ и по теореме Пифагора легко найди искомую глубину.

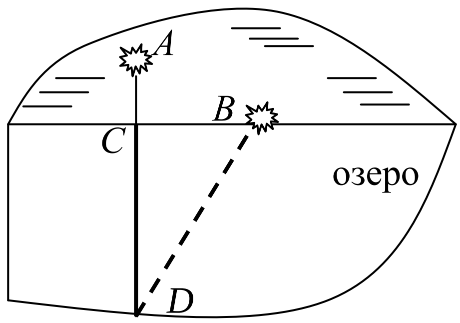


Рис. 6

Это задача, у нее четкое формулировка условия, все необходимые данные в явном виде, метод решения представляет собой цепочку формальных операций. Попробуем превратить данную задачу в ситуацию.

Задача 4. Как можно измерить глубину реки с берега[2]?

Контрольное решение: рассмотрим ресурсы, которыми мы располагаем. Текущая вода, берег, дно, человек. Упростим задачу. Как измерить с берега глубину водоема с неподвижной водой? Например, с берега озера. Тоже непросто, упростим еще. Как измерить глубину неподвижной воды у самого берега. А это равносильно измерению глубины колодца. Надо привязать к камню веревку или леску с поплавками, разнесенными, скажем, на 1 метр и бросить камень в колодец, или применить метод из задачи 3. А как измерить глубину озера с берега? Во-первых, надо чтобы веревка была перпендикулярна поверхности воды. Как это сделать? На веревку с камнем навесим поплавки и бросим камень в нужное место озера, тогда будет видно, сколько поплавков утонуло, а сколько лежит на поверхности. Введем следующее усложнение задачи – течение. Отметим место на берегу реки и перпендикулярно берегу бросим камень с веревкой и с поплавками на середину реки. Течение отнесет веревку с поплавками на расстояние *B*. Определим число погруженных поплавков *K* и рассчитаем по теореме Пифагора глубину реки $h = \sqrt{K^2 - B^2}$.

В данном примере мы снова переходили от ситуации к формулировке задачи, уточняли ее, рассматривали используемые ресурсы. Однако с дидактических позиций предварительное решение задачи древних индусов помогло при анализе ситуации, что привело к разрешению более «мелких» проблем.

Очевидно, предложенная ситуация может быть разрешена и другими способами, в том числе и нематематическими.

Переход от задачи к ее модели для решения достаточно часто применяется в основной школе, а переход от ситуации к задаче применятся ред-

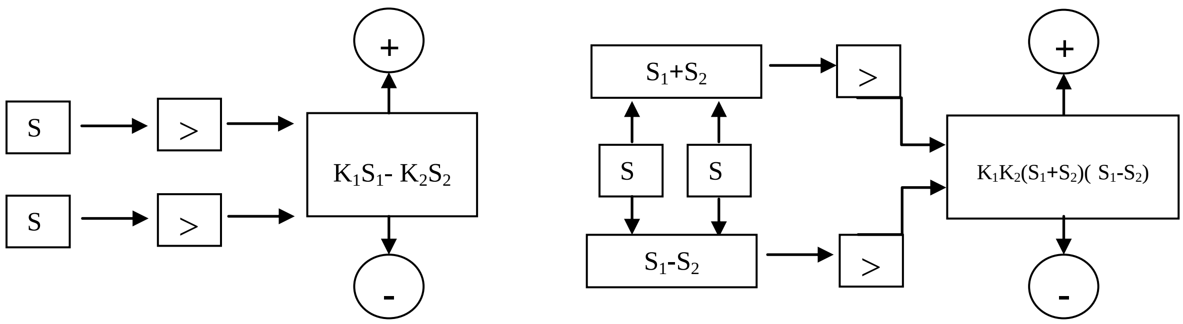
[2] Некоторые авторы данный пример относят к эвристике (см. [10]).

ко или «неосознанно», но именно он может стать опорой для развития креативности учащихся на уроках математики в школе.

Математика в высшей школе объективно сложна из-за абстрактности и большого объема взаимосвязанных знаний. Это, как правило, не позволяет говорить о развитии креативности студентов средствами высшей математики. Но переход от ситуации к задаче, аналогичный школьному, тоже может стать опорой для такого развития. Учитывая, что высшая математика полностью пронизана прикладными задачами, появившимися из-за практической необходимости, формулировка соответствующей математической ситуации не такая и сложная проблема.

Задача 5. Некоторое устройство получает сигналы S_1 и S_2, которые сначала усиливаются – каждым своим усилителем, а затем сравниваются. В зависимости от знака результата выбирается управляющий сигнал (рис. 7*а*). Каждое устройство обрабатывает сигналы с некоторой ошибкой, кроме того, входящие сигналы S_1 и S_2 до входа в усилитель могут претерпевать некоторые искажения. В результате сравнения может быть выдан ошибочный управляющий сигнал. Как исключить появление ошибочного управляющего сигнала?

Математический аппарат позволяет разрешить ситуацию. Разность квадратов двух величин всегда существенно больше, чем разность самих этих величин: $(S_1^2 - S_2^2) \gg (S_1 - S_2)$ (рис. 7*б*).



а *б*

а – сравнение двух сигналов, поступивших с усилителей; *б* – сравнение квадратичных сигналов, поступивших с усилителей; > – усилитель сигнала

Рис. 7

Таким образом, рассмотрение ситуаций дает возможность свободного выбора инструментов для их решения, не указывая направления. Выбрав аппарат для разрешения ситуации, мы формулируем задачу, выбрав способ решения задачи, мы переходим к ее модели, решаем модель стандартными средствами, получаем стандартное решение, которое затем уже трактуется непосредственно под исходную ситуацию. Предложенная схема позволят дать возможность для развития творческого потенциала так необходимого для адаптации к жизни в современном обществе.

Библиографический список

1. Альтшуллер, Г. С. Творчество как точная наука [Текст] / Г. С. Альтшуллер. – Петрозаводск: Скандинавия, 2004. – 208 с.
2. Гин, А. А. 150 творческих задач для сельской школы [Текст]: учеб.-методич. пособие / А. А. Гин, И. Ю. Андржевская. – М.: Народное образование, 2007. – 234 с.
3. Гин, А. А. ТРИЗ-педагогика [Электронный ресурс] / А. А. Гин. – [Режим доступа: http://www.trizway.com].
4. Канин, Е. С. Учебные математические задачи [Текст] / Е. С. Канин. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. – 154 с.
5. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла [Текст]: сборник материалов / Под ред. А. А. Леонтьева. – М.: Баласс, 2003. – 368 с.
6. Перельман, Я. И. Геометрия на вольном воздухе [Текст] / Я. И. Перельман; А. Л. Бондаренко. – М.: АСТ, 2008. – 94 с.
7. Перельман, Я. И. Занимательная геометрия [Текст] / Я. И. Перельман. – М.: Астрель, 2007. – 350 с.
8. Пойа, Д. Как решить задачу [Текст] / Д. Пойа. – М.: Учпедгиз, 1961. – 220 с.
9. Ревенков А.В. Теория и практика решения технических задач [Текст] / А.В. Ревенков, Е. В. Резчикова: учеб. пособие. – М.: ФОРУМ, 2008.- 384 с.
10. Тамберг, Ю. Л. Как научить ребенка думать [Текст] / Ю. Г. Тамберг. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2007. – 445 с.
11. Тучнин, Н. П. Как задать вопрос? О математическом творчестве школьников [Текст]: кн. для учащихся / Н. П. Тучин. – М.: Просвещение, 1993. – 192 с.