

© Анатолий Гин

## Синтез физических задач

КОНСПЕКТИВНОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ МЕТОДИКИ

### Этап I. Синтез задач по образцу

Упражнение 1. Синтез по жесткому образцу

Цели:

- Научить внимательно относиться к каждому слову условия.
- Освоить стилистику условия задачи как особого жанра.

а) Ученик получает условие задачи, в котором должен подчеркнуть все слова (цифры), изменение которых влечет за собой изменение ответа.

б) Заменяя все (или некоторые) подчеркнутые слова, преобразовать условие в другое, подобное прежнему.

При этом смысл задачи, способ ее решения остаются прежними.

#### Пример 1

Тело плавает на поверхности **воды**, а в **керосине** тонет. Что можно сказать о плотности тела?

Новое условие

Тело плавает на поверхности **ртути**, а в **воде** тонет. Что можно сказать о плотности тела?

#### Пример 2

**Башенный кран** равномерно поднимает груз массой **5 т**. При этом он развивает мощность **30 кВт**. В течение какого времени груз будет поднят на высоту **21 м**?

Новое условие

Домкрат равномерно поднимает груз массой **5 тонн**. При этом он развивает мощность **30 кВт**. В течении какого времени груз будет поднят на высоту **0,3 м**?

### Задачи для тренинга

#### Задача № 1

На веревке равномерно поднимают погруженную в воду чугунную отливку прямоугольной формы. Размеры отливки: длина — 4 дм, ширина — 2 дм, высота — 1 дм. Какова сила натяжения веревки? Плотность чугуна 7000 кг/м.

#### Задача № 2

Размеры деревянного, алюминиевого и стального шаров одинаковы. Какой из них имеет наибольшую массу, а какой — наименьшую?

#### Задача № 3

Железный и алюминиевый стержни имеют одинаковые площади поперечного сечения и массу. Какой из стержней длиннее?

#### Задача № 4

Спортсмен, масса которого 78 кг, стоит на лыжах. Длина каждой лыжи 1,95 м, ширина — 8 см. Какое давление оказывает спортсмен на снег?

#### Задача № 5

Какой путь может проехать автомобиль без заправки горючего, если на 100 км пути его двигатель расходует 10 кг бензина, а вместимость топливного бака 60 л? Плотность бензина 800 кг/м.

#### Задача № 6

Могут ли два тела разной массы обладать одинаковой кинетической энергией? При каком условии?

### Упражнение 2. Синтез «обратных» задач

Цель:

- Углубить понимание задачи.

Глубокое понимание задачи предполагает умение оперировать условием, проследивать зависимости физических величин в измененном порядке. Стандартный прием отработки такого понимания и умения — обращение задачи, то есть составление обратных задач.

Обращение задачи осуществляется так: физическая величина, которую необходимо было определить по условию прямой задачи, в условии обратной становится известной. Искомой же величиной становится одна из известных.

#### Примечание

Задача может иметь несколько вариантов обращения.

#### Пример 3 (задача, обратная задаче № 1)

На веревке равномерно поднимают погруженную в воду чугунную отливку прямоугольной формы. Размеры отливки: длина — 4 дм, ширина — 2 дм. Сила натяжения веревки равна 900 Н. Какова высота отливки?

#### Пример 4 (задача, обратная задаче № 2)

Массы деревянного, алюминиевого и стального шаров одинаковы. Какой из них имеет наибольший диаметр, а какой — наименьший?

Задачи для тренинга: обратите задачи №№ 3-6.

### Упражнение 3. Задать условие рисунком

Цель:

- Выработать навык образного представления условия задачи.

а) Данное словесно условие представить рисунком.

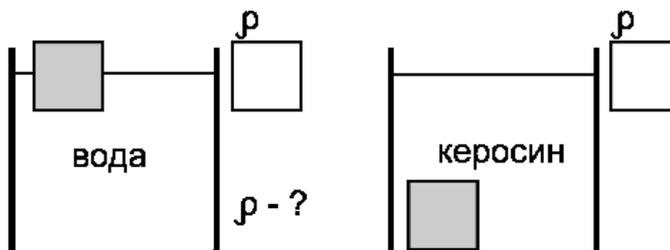
б) По рисунку составить словесное условие.

в) Придумать задачу (согласно упр. 1, упр. 2) и изобразить условие рисунком.

г) Придумать условие, изобразить рисунком и решить задачу.

#### Пример 5

Рисунок-условие к задаче, приведенной в примере 1.



Задачи для тренинга: изобразите рисунками условия задач №№ 1, 3, 4, 6.

#### Примечание

Первые тренинги по условиям-рисункам целесообразно проводить на решенных ранее задачах, заодно и повторяя их.

Упражнение 4. Задать условие графиком

Цель:

- Обучить графическому представлению физических процессов.

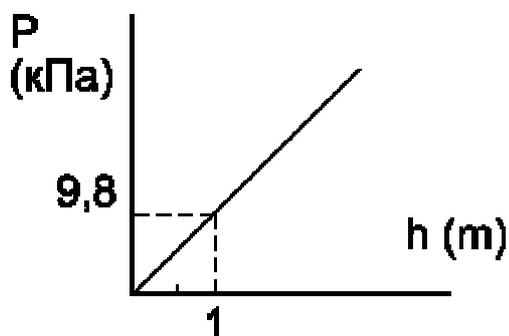
#### 4.1

а) Условие задачи задано графиком. Перевести его в текстовое (и решить задачу).

б) Придумать аналогичную и обратную задачи (согласно УПР. 1, 2).

#### Пример 6

Задача. Давление в жидкости определяется графиком:



Какая это жидкость? На какой глубине давление будет 25 кПа?

Перевод условия в текстовое:

На глубине 1 м давление в жидкости равно 9,8 кПа. Какая это жидкость? На какой глубине давление будет 25 кПа?

Аналогичная задача: то же для другой жидкости...

Обратная: ... какое давление будет на глубине 3,5 м?

4.2. Измените текстовое условие так, чтобы ответом задачи был график.

#### Пример 7

Текстовое условие:

Двигатель внутреннего сгорания совершил полезную работу, равную 55,2 МДж и израсходовал при этом 2 кг бензина.

Вычислите КПД этого двигателя. Удельная теплота сгорания бензина 46 МДж/кг.

Измененное условие: начертите графики зависимости полезной и затраченной работы от массы (или объема) бензина и вычислите КПД двигателя.

#### Пример 8 (измененное условие задачи из примера 2)

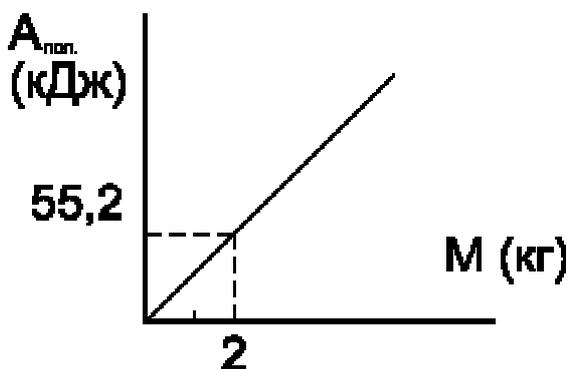
Башенный кран равномерно поднимает груз на высоту 21 м. При этом он развивает мощность 30 кВт. Постройте график зависимости времени подъема груза от его массы и определите по нему, какое время понадобится для поднятия груза массой 5 т.

Задачи для тренинга: выполните упражнение для задач №№ 1, 4, 5.

4.3. Используя текстовую задачу, как прототип, предложите условие, заданное графически.

#### Пример 9 (графически заданное условие по задаче из примера 7)

График зависимости полезной работы (кДж), совершенной ДВС, от массы израсходованного бензина выглядит так:



Определите КПД двигателя.

Задачи для тренинга: выполните упражнение, используя как прототипы задачу из примера 2, а также №№ 1, 4, 5.

## Упражнение 5. Задать условие морфологической таблицей (МТ)

Цель:

- Научить видеть за каждым конкретным условием широкое «поле» задач.

5.1. Обучение работать с МТ. (В конспективном изложении пропущено.)

5.2. Обучение разворачиванию стандартного условия в МТ. Разворачивание стандартного текстового условия в МТ покажем на примере.

### Пример 10

Задача № 7

Тело массой  $m = 100$  г, брошенное вертикально вниз с высоты  $h = 20$  м со скоростью  $V_1 = 10$  м/с упало на землю со скоростью  $V_2 = 20$  м/с. Найти работу по преодолению воздуха.

Вот так будет преобразовано условие при использовании МТ: Тело массой  $m$ , брошенное вертикально вниз с высоты  $h$  со скоростью  $V_1$  упало на землю со скоростью  $V_2$ . Найти работу по преодолению воздуха.

		1	2	3
А	$m$	100 г	0,3 кг	
Б	$h$	20 м	1 км	
В	$V_1$	10 м/с	0	100 м/с
Г	$V_2$	20 м/с	100 м/с	0,01 км/с

Вопросы

- Сколько вариантов задач в последней таблице?
- Назовите формулу условия некорректной задачи.
- Можно ли сделать одно из значений по оси В отрицательным?
- Назовите формулу условия самой простой задачи.

Перед тренингом по упражнению 5.2 обратите внимание на следующее:

- не следует бояться некорректных условий, столкновение с ними件зно;
- хорошо, если МТ содержит в себе хотя бы одно «вырожденное» условие.

## Упражнение 6. Синтез задач по типу «пересечение»

Цели:

- Обучить синтезу задач, включающих в себя знания из разных разделов физики (что является прекрасным способом повторения пройденных разделов).
- Добиться понимания того, что сложная задача часто представляет собой объединение нескольких простых.
- Обучить умению вычленять из сложной задачи простые составляющие.

6.1. Синтез задач, объединяющих два прототипа.

### Пример 11

#### Задача-прототип 1

На меньший поршень гидравлического пресса действует сила 200 Н. На больший — 1500 Н. Как соотносятся площади поперечных сечений поршней?

#### Задача-прототип 2

В масло погружено тело объемом  $0,15 \text{ м}^3$ . Какова сила Архимеда, действующая на это тело?

#### Синтезная задача

На меньший поршень гидравлического пресса действует сила 200 Н. На больший — сила, равная архимедовой силе, действующей на тело объемом  $1,5 \text{ м}^3$ , погруженное в масло. Как соотносятся площади поперечных сечений поршней?

### Пример 12

#### Задача-прототип 1

Электрокипятильник имеет сопротивление спирали 67 Ом. Какое количества теплоты выделилось, если через спираль прошло 1045 Кл электричества при силе тока 3,3 А?

#### Задача-прототип 2

Определите массу пара, образовавшегося в результате того, что кипящая вода получила 150 кДж энергии?

#### Синтезная задача

Электрокипятильник, имеющий сопротивление спирали 67 Ом, используют для испарения кипящей воды. Через спираль прошло 1045 Кл электричества при силе тока 3,3 А. Определите массу образовавшегося пара.

### Пример 13

#### Задача-прототип 1

Напряжение на обкладках конденсатора емкостью  $C$  равно  $U_1$ . В результате частичного разряда энергия электростатического поля конденсатора уменьшилась на величину  $W$ . Какое напряжение  $U_2$  установилось на обкладках?

#### Задача-прототип 2

Какое количества тепла выделилось при прохождении тока силой 0,5 А через резистор сопротивлением 10 Ом в течение 1 минуты?

#### Синтезная задача

При замыкании конденсатора емкостью  $C$  с напряжением на обкладках  $U$  на резистор  $R$  за первые 0,01 с через резистор шел ток, средняя сила которого  $I$ . На сколько уменьшилось напряжение на обкладках?

### Примечание

Нет необходимости специально подбирать пары задач-прототипов. Практически любые (!) две задачи можно использовать в качестве прототипов для создания третьей. Следует только помнить, что любую из задач-прототипов мы можем трансформировать под свои цели согласно изученным в изложенных выше упражнениях способам. Другое дело, что

не все задачи получаются красивыми, иногда условие слишком искусственно. Это не беда — небольшая (и очень полезная) тренировка расставит все по своим местам...

## Тренинг

Синтезируйте задачу, используя в качестве задач-прототипов:

- задачи из примеров 1 и 2;
- задачу из примера 1 и задачу № 5;
- любые две задачи на ваш вкус...
- задачи №№ 8, 9.

### Задача № 8

В солнечный день длина тени на земле от елочки высотой  $h = 1,8$  м равна 90 см, а от березы  $H = 10$  м. Какова высота березы?

### Задача № 9

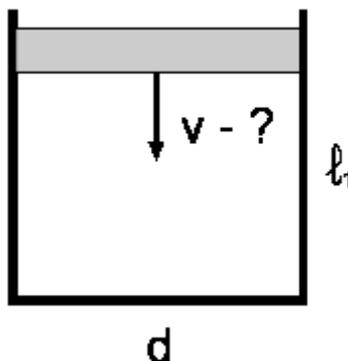
Можно ли насосом, находящимся на берегу на высоте 15 м от поверхности воды, качать воду из реки?

6.2. Синтез задач на основе полисистемы прототипов. (В конспективном изложении пропущен.)

6.3. Обратное упражнение: выделение простых составляющих сложной задачи (выделение задач-прототипов).

### Пример 14

Давление идеального газа в цилиндре с диаметром основания  $d$  и первоначальной длиной  $l_1$  равномерно изменяется со значения  $P_1$  до  $P_2$  за время  $t$  при постоянной температуре. С какой скоростью движется поршень?



Из условия можно выделить такие задачи-прототипы:

- 1) Давление идеального газа в цилиндре с первоначальным объемом  $V_1$  равномерно изменяется со значения  $P_1$  до  $P_2$  при постоянной температуре. На какую величину изменился объем?
- 2) Объем цилиндра с диаметром основания  $d$  за время  $t$  изменился на величину  $V$ . С какой скоростью движется поршень?

### Задачи для тренинга к упражнению 6.3

#### Задача № 10

Площадь дна канистры  $1300 \text{ см}^2$ . Вычислите, на сколько увеличится давление канистры на стол, если в нее налить воду объемом  $7,8 \text{ л}$ ?

#### Задача № 11

Брусok площадью поперечного сечения  $150 \text{ см}^2$  погружают в воду со скоростью  $0,2 \text{ м/с}$ . Определите архимедову силу, действующую на полностью погруженный брусок, если полное погружение произошло за  $2 \text{ с}$ .

#### Задача № 12

На малый поршень гидравлического пресса действует сила  $500 \text{ Н}$ . Площади поршней равны  $5 \text{ см}^2$  и  $100 \text{ см}^2$ . За один ход малого поршня больший поршень поднимается на  $1 \text{ см}$ . Определите время, в течение которого совершается один ход поршня, если мощность двигателя, приводящего в движение пресс, равна  $200 \text{ Вт}$ . Трением и весом поршня пренебречь.

#### Задача № 13

При строительстве дамбы кран равномерно опускает в воде бетонный блок так, что давление столба воды на блок изменяется на  $80 \text{ кПа}$ . Определите КПД крана, если совершенная работа равна  $60 \text{ кДж}$ , а сила, за счет которой осуществляется перемещение, равна  $10 \text{ кН}$ .

#### Примечание

Закономерен вопрос — где брать задачи для тренинга по УПР. 6.3? Ответ: использовать задачи, синтезированные по УПР. 6.1 другими учениками.

Упражнение 7. Развить условие задачи с использованием мт приемов изменения сюжета

Тренинг: развить сюжет любой задачи.

Таблица приемов изменения сюжетов задач						
	1	2	3	4	5	6
<b>А</b> Развитие прототипа	Переход к бисистеме	Переход к бисистеме со сдвинутыми характеристиками	Переход к полисистеме			
<b>Б</b> Пространственные изменения	Поворот относительно силового поля	Увеличение количества измерений				
<b>В</b> Движение	По прямой	По окружности	По прямой в движущейся системе координат	По окружности в движущейся системе координат		
<b>Г</b> Скорость	Постоянная	Постоянная с переменным направлением	Переменная	Переменная с переменным направлением		
<b>Д</b> Типовые усиления	«Камуфляж» данных	Введение среды или внешних воздействий	Введение ограничений (преград)	Сделай наоборот	Динамизация параметров	Переход дискретное-непрерывное
<b>Е</b> Типовые приемы интереса	Оператор числовой оси	Фантастическая добавка	Привязка к быту, реальности	Ответ задачи несет любопытную информацию	Мнимая или реальная парадоксальность ответа	
<b>Ж</b> Типовые «украшения»	Привязка к известному литературному произведению	Юмор	Художественная форма			

## Этап II. Синтез открытых задач

Упражнение 8. Переход от открытой к набору закрытых задач

- а) Необходимо рассмотреть различные варианты трактовки (истолкования) открытого условия.
- б) Дополнив соответствующими данными, превратить его в набор закрытых.
- в) Отобрать из них те задачи, решение которых посильно на соответствующем ученикам уровне знаний.

### Пример 15

Открытое условие: самолет летит с ускорением  $a$ . Найти вес находящегося в нем тела массой  $M$ .

Варианты трактовки условия (или возможные ситуации):

- 1)  $a = 0$ . Тривиальный вариант, при котором  $P = Mg$ .
- 2) Самолет движется вертикально вверх или вниз. Тоже не сложный вариант.
- 3) Самолет движется горизонтально. Эта задача уже не столь проста.
- 4) Самолет движется под произвольным углом к горизонту. Эта задача сложнее, хотя и вполне по силам хорошему ученику.
- 5) Самолет равномерно движется по окружности в вертикальной плоскости (мертвая петля). Чтобы довести условия до уровня корректно «закрытой», следует указать еще точку траектории. При этом нетрудно увидеть, что задача для разных точек траектории станет почти эквивалентной вариантам 2), 3) или 4).
- 6) Самолет равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости. Эта задача эквивалентна варианту 3).
- 7) Самолет движется по окружности [см. варианты 5) и 6)], но с тангенциальным ускорением.
- 8) Самолет движется по кривой, не являющейся окружностью (дугой окружности). Такая задача ученикам средней школы уже непосильна.

В этом примере каждый вариант условия фактически является закрытой задачей «в общем виде». При желании можно придать величинам численные значения и получить расчетные задачи — здесь все просто. Однако не всегда варианты трактовки условия сами по себе будут представлять задачи в «общем виде».

### Пример 16

Открытое условие: в сосуде находится смесь газов. Рассчитать давление в смеси.

- а) Варианты трактовки условия:

- 1) Сосуд имеет простую расчетную форму: прямоугольника, сферы, цилиндра, конуса, призмы; сочетания этих геометрических тел или их частей.
- 2) Количество газов может быть разным.
- 3) Газы могут быть в атомарном или молекулярном состоянии.
- 4) Газы могут вступить в химическую реакцию.
- 5) Форма сосуда сложная, нерасчетная.
- 6) Сосуд открытый (тогда давление просто равно внешнему).
- 6) Все факторы [1] — 6)] можно использовать для составления закрытых задач. Например, при варианте 5) объем сосуда можно задать косвенно (вмещает  $M$  такой-то жидкости).
- в) Возможные варианты закрытых задач:
  - 1) В закрытом прямоугольном сосуде размером  $2 \times 1 \times 4$  дм находится смесь молекулярных водорода и гелия при  $T = 300$  К. Плотность водорода равна  $0,01$  кг/м<sup>3</sup>; масса гелия —  $0,2$  г. Определить давление в смеси.
  - 2) Сосуд представляет собой куб с ребром  $l$ , в котором находятся пары лития и воды. Плотность  $l_1$  равна  $P_1$ . Какова масса паров воды, если при изменении температуры на  $1$  К изменение давления равно  $P$ .

## Тренинг

Предложите свой вариант закрытой задачи по примеру 16.

Задачи для тренинга по УПР. 8

### Задача № 14

Тело бросают со скоростью  $V$ . На какой высоте оно окажется через время  $t$ ?

### Задача № 15

Под каким максимальным углом к стенке может стоять приставная лестница, не падая?

### Задача № 16

Предмет соскальзывает с наклонной плоскости. Какова будет его скорость в обозначенной точке?

### Задача № 17

Стеклянную трубку длиной  $L$  погружают в жидкость на глубину  $l$ . Затем ее закрывают пальцем и вынимают. Какой длины столбик жидкости останется в трубке? Атмосферное давление равно  $P$ .

### Задача № 18

Определить мощность бытового электронагревателя для воды (220 В).

### Задача № 19

В цепь включены 3 резистора так, что напряжение на 2-х из них равно  $10$  В, а на третьем —  $15$  В. Нарисовать схему и рассчитать силу тока в каждом из резисторов.

Упражнение 9. Превращение закрытой задачи в открытую

Цель:

- Обеспечить учителя необходимым набором открытых задач; закрепить умения, выработанные упражнением 8.

### Пример 17

«Открываем» задачу № 7.

Первоначальное условие: тело массой  $m = 100$  г, брошенное вертикально вниз с высоты  $h = 20$  м со скоростью  $V_1 = 10$  м/с упало на землю со скоростью  $V_2 = 20$  м/с. Найти работу по преодолению воздуха.

Открытое условие: тело брошено с некоторой высоты и упало на землю. Найти работу по преодолению воздуха. (Конечно, возможны и другие варианты «открытого» условия.)

### Тренинг

а) «Откройте» задачу

В сосуд с водой вставлена трубка сечением  $S = 2$  см<sup>2</sup>. В трубку налили масло массой 72 г. Найти разность уровней масла и воды. Плотность масла — 800 кг/м.

б) Предложите самостоятельно несколько открытых задач.

### Примечание

Имеет смысл «открывать» не любые задачи, а наиболее типичные в учебном курсе, допускающие несколько вариантов трактовки условия, приводящих к посильным для учащихся конкретного возраста и уровня подготовки закрытым задачам.

## Этап III. Составление сборников задач

1) Типы сборников

- Сборники контрольных (проверочных) работ {разновидности}.
- Сборник «дерево задач».
- Сборники с морфологическими таблицами.
- Тематические сборники (техника, игрушки, спорт, быт, школа...).
- Сюжетные сборники (сказки, фантастические рассказы, юморески...).

2) Общие рекомендации

- Малообъемные сборники (5-6 задач).
- «Надежная система из ненадежных элементов».

3) О сборниках

- «Базовый».
- «Пересечение».
- «Ступени».

#### Литература

1. Лукашик Е. И.. Сборник вопросов и задач по физике: Учебное пособие для учащихся 6-7 классов средней школы: Издание 5-е, переработанное. — М.: «Просвещение», 1988.
2. Кашина С. И., Сезонов Ю. И. Сборник задач по физике. — М.: «Высшая школа», 1983.
3. Эрдниев П. М. Укрупненные дидактические единицы.